

2. előadás – Másodrendű differenciálegyenletek

Másodrendű differenciálegyenletben másodrendű derivált is szerepel. Olyan egyenleteket veszünk, amely visszavezethető elsőrendűre.

Hiányos másodrendű differenciálegyenlet

$$(1) y'' + 3(y')^2 = 5 \ln(y) \rightarrow \text{nincs } x$$

$$(2) y'' + 3(y')^2 = 5 \ln(x) \rightarrow \text{nincs } y$$

$$y'(0) = 2, \quad y(0) = 1$$

Jól látható, hogy az első egyenletben nincs benne a változó, a másodikban pedig maga a függvény. Főként ez a két nagy típus van.

A derivált függvény helyére egy új függvényt írunk

$$y' = v(x)$$

$$y'' = v'$$

$$v' + 3v^2 = 5 \ln(x)$$

...

$$y' = v = \dots$$

Explicit alakot kell kapnunk.

A megoldásunkat az elsőbe nem tudjuk visszahelyettesíteni, mert

$$v'(x) + 3v^2(x) = 5 \ln(y), \quad v' = \frac{dv}{dx}$$

Nem jó!

A derivált függvény kifejezhető magával a függvénnyel.

$$y = x^2 \rightarrow y' = 2x \rightarrow y'' = 2$$

$$(\pm 2\sqrt{y})' = 2 * \frac{1}{2} y^{-\frac{1}{2}} * y' = \frac{y'}{\sqrt{y}} = \frac{\pm 2\sqrt{y}}{\sqrt{y}}$$

$$u'u + 3u^2 = 5 \ln(y)$$

$$y' = u = \dots g(y) + c$$

Ezt a típusú differenciálegyenletet mi nem oldjuk meg, ilyenrel a kurzus során nem foglalkozunk (Euler-féle differenciálegyenlet).

Másodrendű differenciálegyenletek esetén a kezdeti érték problémának köszönhetően tudjuk „kilőni” a c-t, meg tudjuk adni az értékét. Fontos még megjegyezni, hogy mind a két kezdetiérték feltételt ugyanabban az időpontban kell tudni.